الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان بحيث : $a+b\equiv 7[11]$ و $a-b\equiv 5[11]$

1. أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2-b^2 على العدد 11 .

ب) بيّن أنّ : $2a\equiv 1[11]$ و $2b\equiv 2[11]$ ثم استنتج أنّ: $a\equiv 6[11]$ و $b\equiv 1[11]$

2. أ) أثبت أنّ : $a^5\equiv -1[11]$

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $a^{10k}\equiv 1[11]$

3. أ) تحقّق أنّ : $2012=10\times 201+2$

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية متزايدة ، أساسها r ، حدّها الأول u_1 و $u_3=7$.

1. أ) احسب بدلالة r الجدائين : $T_1=u_1\times u_5$ و $T_2=u_2\times u_4$

ب) عيّن الأساس r بحيث : $T_2-T_1=27$

2. نضع $r=3$.

أ) اكتب عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$

بيّن أنّ : $S_n=\dfrac{3n^2-n}{2}$

ج) جد العدد الطبيعي n بحيث : $S_n=145$

3. أ) اكتب الحدّ u_{n+5} بدلالة العدد الطبيعي n .

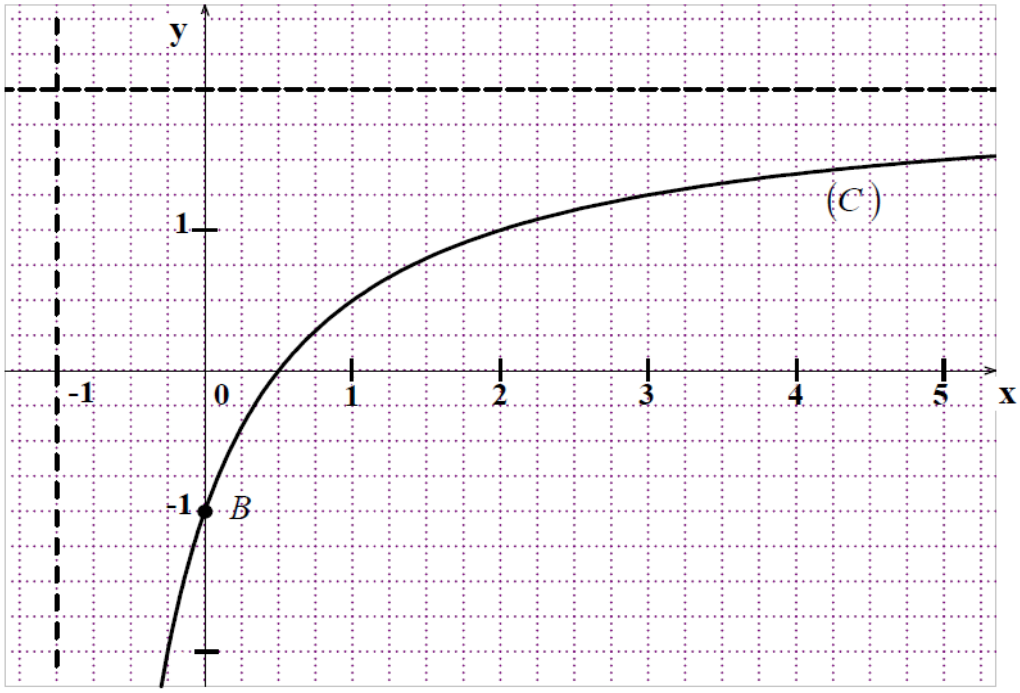
ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $\dfrac{u_{n+5}}{n}=3+\dfrac{13}{n}$

ج) استنتج الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\dfrac{u_{n+5}}{n}$ طبيعيا .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=2-\dfrac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.

يرمز (C) إلى التّمثيل البياني للدالة f في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ كما هو موضّح أدناه.



1. اعتمادا على التمثيل البياني (C) بيّن أنّ: $a=3$.

2. **أ)** احسب النهايتين $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) احسب $f'(x)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $]-1\,;+\infty[$. (f' الدالة المشتقة للدالة f)

3. **أ)** حل في المجال $]-1\,;+\infty[$ المعادلة : $f'(x)=\dfrac{3}{4}$

ب) (D) مستقيم معادلته: $y=\dfrac{3}{4}x-1$

اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) الذي يوازي المستقيم (D) .

4. احسب $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ ثمّ حلّ بيانيا المتراجحة $f(x)\geq 0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (06 نقاط)

1. أ) بالضرب $a^2-b^2\equiv 35[11]$ ومنه $a^2-b^2\equiv 2[11]$	2×0.5	
ب) بالطرح $2b\equiv 2[11]$ ومنه $b\equiv 1[11]$	2×0.5	
بالجمع $2a\equiv 12[11]$ ومنه $2a\equiv 1[11]$ ومنه $a\equiv 6[11]$	3×0.5	
2. أ) $a^5\equiv 10[11]$ أي $a^5\equiv -1[11]$	0.5	
ب) $a^{10k}\equiv 1[11]$	1	6
3. أ) التحقق : $2012=10\times 201+2$	0.25	
ب) $a^{2012}\equiv a^2[11]$ و $a^2\equiv 3[11]$ ومنه $a^{2012}\equiv 3[11]$	0.75	

التمرين الثاني :(06 نقاط)

I. 1. $u_1=7-2r$ و $u_5=7+2r$ ومنه $T_1=49-4r^2$	0.75	
$u_2=7-r$ و $u_4=7+r$ ومنه $T_2=49-r^2$	0.75	
2. $T_2-T_1=3r^2$ و $r=3$ أو $r=-3$ مرفوض.....	3×025	
II.1. أ) $u_n=u_3+(n-3)r$ و $u_n=3n-2$	05+025	
ب) $S_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)$ و $S_n=\frac{3n^2-n}{2}$.....	05+025	6
ج) $\sqrt{\Delta}=59$ و $n_1=10$ أو $n_2=-\frac{29}{3}$ (مرفوض)	3×0.25	
2. أ) $u_{n+5}=3n+13$	0.5	
ب) التحقق : $\frac{u_{n+5}}{n}=3+\frac{13}{n}$	0.5	
ج) $n=1$ أو $n=13$	0.5	

73

التمرين الثالث :(08 نقاط)

1) $f(0)=-1$ ومنه $2-a=-1$ أي $a=3$ ..... 0.75+0.25

2) أ) $\lim\limits_{x\to-1^{>}} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ ..... 2×0.5

التفسير الهندسي : $x=-1$ و $y=2$ مستقيمان مقاربان ..... 2×0.5

ب) $f'(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}$ 1

جدول التغيّرات 1

x	-1	$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗ 2

8

3) أ) $f'(x)=\dfrac{3}{4}$ تكافئ $x^2+2x-3=0$ 0.5

$\Delta=16$ ، الحلول : $x_1=1$ أو $x_2=-3$ (مرفوض) 0.5

ب) $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ 0.25

$y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{4}$ 0.75

4) $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$ ، $S=\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ ..... 2×0.5

74